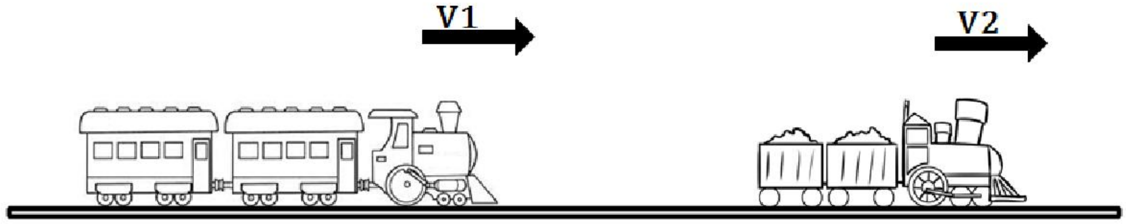
OLIMPIADAS DE FISICA ETAPA CLASIFICATORIA

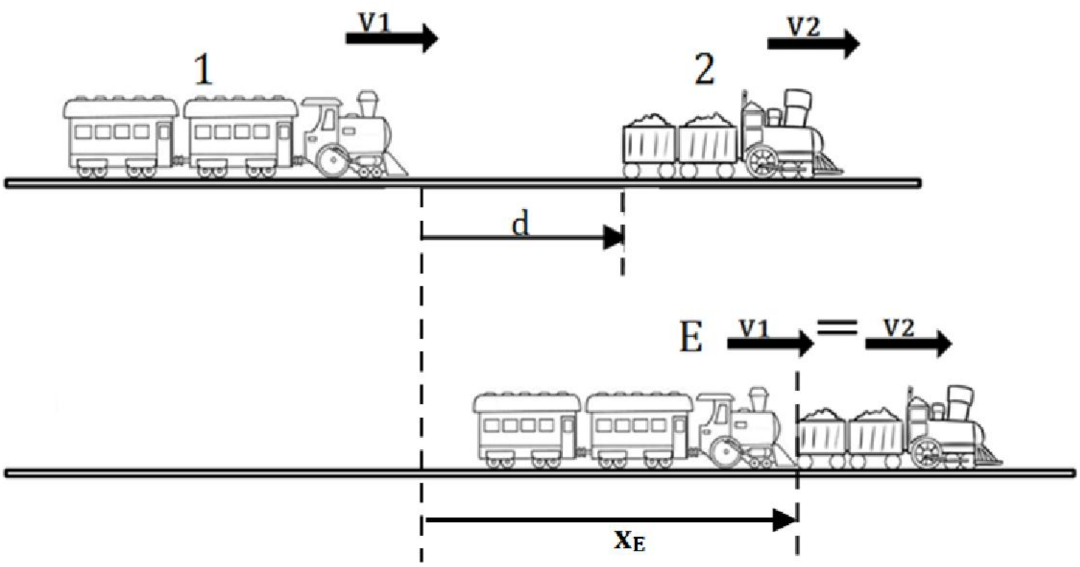
PROBLEMA 1: CINEMÁTICA

- El maquinista de un tren que avanza con una velocidad $\boldsymbol{v_1}$ advierte delante de él, a una distancia $\boldsymbol{d}$, la cola de un tren de carga que se mueve en su mismo sentido, con una velocidad $\boldsymbol{v_2}$ constante, menor que la suya. Frena entonces, con aceleración constante. Determinar el mínimo valor del módulo de dicha aceleración, para evitar el choque. Exprese la respuesta en función de $\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}\ \boldsymbol{y}\ \boldsymbol{d}$



SOLUCIÓN

Al estar los dos trenes en movimiento la condición para que no se produzca el choque es que las velocidades de ambos trenes sean iguales en el momento que el frente del tren de la izquierda esté a punto de alcanzar al tren de la derecha.



El tren 1 se moverá con MRUV mientras que el tren 1 con MRU. En el momento del encuentro, los trenes tienen la misma posición y velocidad. Usando como punto de referencia la posición original del tren 1 las ecuaciones de la cinemática son las siguientes:

Posición de la parte delantera del tren 1:

$$x_E = v_1 t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (1)$$

Posición de la parte trasera del tren 2:

$x_E = d + v_2 * t \qquad (2)$

Velocidad del tren 1:

$v = v_1 + at \quad (3)$

Despejando a de la ecuación (3) y considerando que $v = v_2$:

$a = (v_2 - v_1)/t \qquad\qquad (4)$

Reemplazando en las otras dos ecuaciones e igualando:

$$v_1 t + \frac{1}{2}(v_2 - v_1)t = d + v_2 t$$

De donde despejando t:

$$t = -\frac{2d}{v_2 - v_1}$$

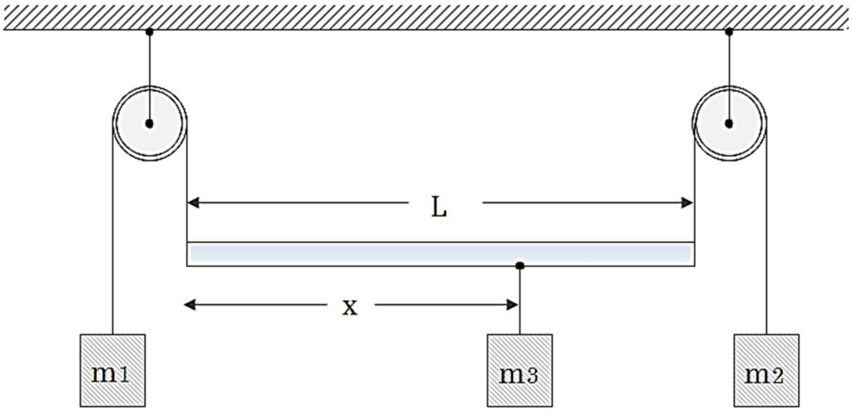
Reemplazando nuevamente en (4)

Se obtiene que:

$$a = -\frac{(v_2 - v_1)^2}{2d}$$

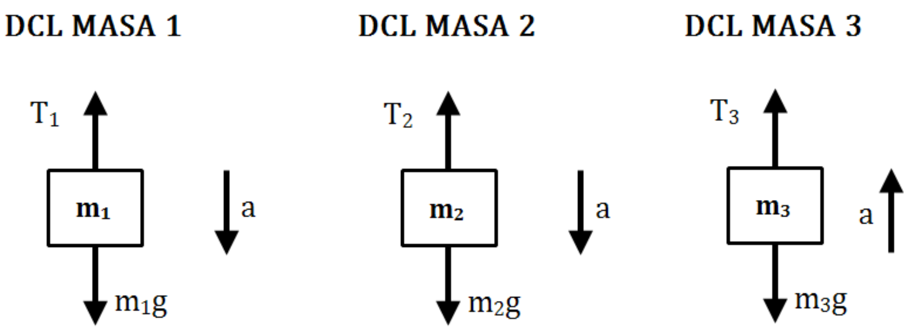
PROBLEMA 2: ESTÁTICA

- En el sistema de la figura la barra horizontal de masa despreciable y de longitud L=1 m se mueve hacia arriba con aceleración constante, manteniéndose en todo instante horizontal.
  1) Realice el DCL de cada uno de los cuerpos.
  2) Halle la distancia "x" a la que está sujeto el cuerpo de masa $\boldsymbol{m_3}$ en función de m_1 y m_2.
  3) Halle el valor de "x" para $\boldsymbol{m_1 = 2\ kg}$ y $\boldsymbol{m_2 = 3\ kg}$

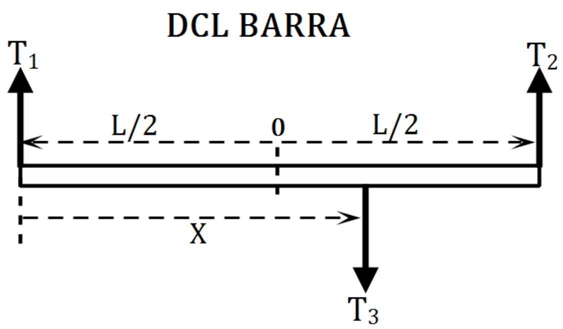


SOLUCION

1) Los diagramas de cuerpo libre de las masas son:



El diagrama de cuerpo libre de la barra es:



El valor de la aceleración de todas las masas es la misma, solo cambia la dirección. Con esto podemos obtener las tensiones en las cuerdas en función de las masas y de la aceleración del sistema:

$$\Sigma F_y = m_1 a \qquad \Sigma F_y = m_2 a \qquad \Sigma F_y = m_3 a$$

$$m_1 g - T_1 = m_1 a \qquad m_2 g - T_2 = m_2 a \qquad T_3 - m_3 g = m_3 a$$

$$\boldsymbol{T_1 = m_1(g - a)} \qquad \boldsymbol{T_2 = m_2(g - a)} \qquad \boldsymbol{T_3 = m_3(g + a)}$$

Para que la barra suba con aceleración constante y horizontal se debe cumplir que la suma de fuerzas debe ser cero, y que la suma de torques debe ser cero.

Primera condición:

$$\Sigma F_y = Ma = 0$$

$$T_1 + T_2 = T_3$$

Despejando a:

$$m_1(g - a) + m_2(g - a) = m_3(g + a)$$

$$(m_1 + m_2 - m_3)g = (m_1 + m_2 + m_3)a$$

$$a = \frac{g(m_1 + m_2 - m_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

Segunda condición:

$$\Sigma \mathrm{T} = 0$$

$$T_1\left(\frac{L}{2}\right) + T_3\left(x - \frac{L}{2}\right) = T_2\left(\frac{L}{2}\right)$$

$$T_1 L + T_3(2x - L) = T_2 L$$

Despejando x:

$$T_3(2x - L) = (T_2 - T_1)L$$

$$x = \left(1 + \frac{T_2 - T_1}{T_3}\right)\frac{L}{2}$$

Reemplazando las tensiones:

$$x = \left(1 + \frac{(m_2 - m_1)(g - a)}{m_3(g + a)}\right)\frac{L}{2}$$

Calculando $(\boldsymbol{g - a})$ y $(\boldsymbol{g + a})$ por separado:

$$(g - a) = g - \frac{g(m_1 + m_2 - m_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)} = \frac{2gm_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$(g + a) = g + \frac{g(m_1 + m_2 - m_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)} = \frac{2g(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2 + m_3}$$

Por lo que:

$$\frac{(g-a)}{(g+a)} = \frac{m_3}{m_1+m_2}$$

Volviendo a la ecuación de x y reemplazando esta expresión, obtenemos x en función de $m_1 \ y \ m_2$

$$x = \left(1 + \frac{(m_2-m_1)m_3}{m_3(m_1+m_2)}\right)\frac{L}{2}$$

$$x = \left(1 + \frac{(m_2-m_1)}{(m_1+m_2)}\right)\frac{L}{2}$$

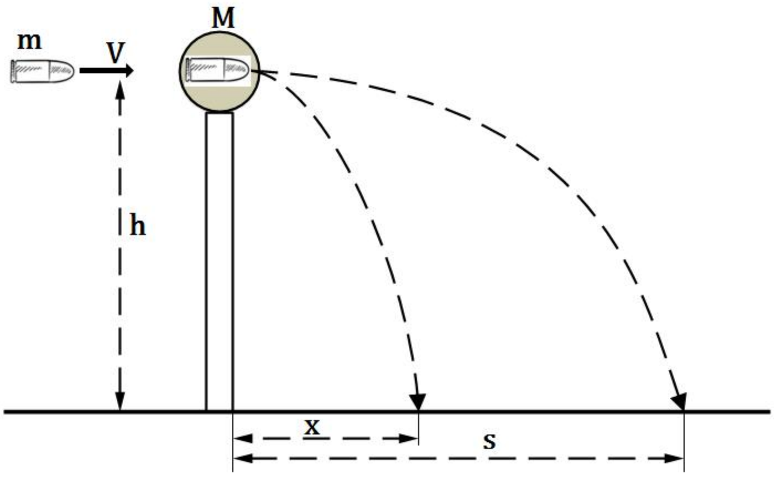
$$\boldsymbol{x = \left(\frac{m_2}{m_1+m_2}\right)L}$$

Reemplazando los valores $m_1 = 2kg$ y $m_2 = 3\ kg$, se obtiene que x debe ser:

$$x = \left(\frac{3}{2+3}\right)L = \frac{3}{5}L$$

PROBLEMA 3: CONSERVACION DE LA ENERGIA Y DE MOMENTO LINEAL

- Una bola de 0.2 kg descansa sobre una columna vertical de 5m de altura, una bala de 0.01 kg, desplazándose a una velocidad inicial de 500 m/s, pasa horizontalmente por el centro de la bola.
  La bola alcanza el suelo a una distancia de x = 20 m
  1. ¿Dónde alcanza el suelo la bala?
  2. ¿Qué parte de la energía cinética de la bala ha sido transferida en forma de calor a la bala?



SOLUCION

1. El momento total del sistema permanece constante en todos los casos de colisiones así que se cumple:

$$mv_o = mv + MV \qquad (1)$$

Donde $\boldsymbol{v}$ es la velocidad de la bala y $\boldsymbol{V}$ la velocidad de la bola después de la colisión. El tiempo de vuelo es para ambas:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1{,}01\ [s]$$

Durante este tiempo la bola recorre una distancia de 20 [m] en dirección horizontal; su velocidad en dirección horizontal es $V = 20/1{,}01 = 19{,}8\ [m/s]$.

La ecuación (1) nos da la velocidad de la bala después de la colisión:

$$(0{,}01)(500) = 0{,}01v + (0{,}2)(19{,}8)$$

$$v = 104\ [m/s]$$

La bala también cae durante 1,01 [s], de modo que llega al suelo a la distancia

$$\boldsymbol{S = vt = (104)(1,01) = 105\ [m]}$$

En dirección horizontal de la columna.

2. La energía cinética inicial de la bala es:

$$\frac{mv_o^2}{2} = 1250\ [Joule]$$

Inmediatamente después de la colisión la energía cinética de la bola es:

$$\frac{MV^2}{2} = 39{,}2\ [Joule]$$

Y la energía cinética de la bala es:

$$\frac{mv^2}{2} = 54\ [Joule]$$

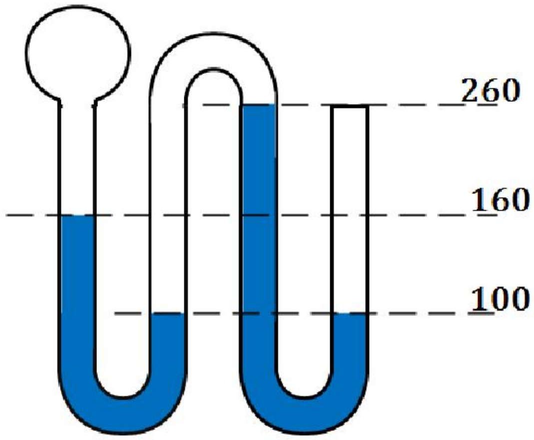
De modo que la energía cinética total después de la colisión es:

$$39{,}2 + 54 = 93{,}2\ [Joule]$$

La diferencia 1250 – 93,2 = **1156,8 [*Joule*]** es la energía convertida en calor. Esto representa el 92,5% de la energía cinética inicial.

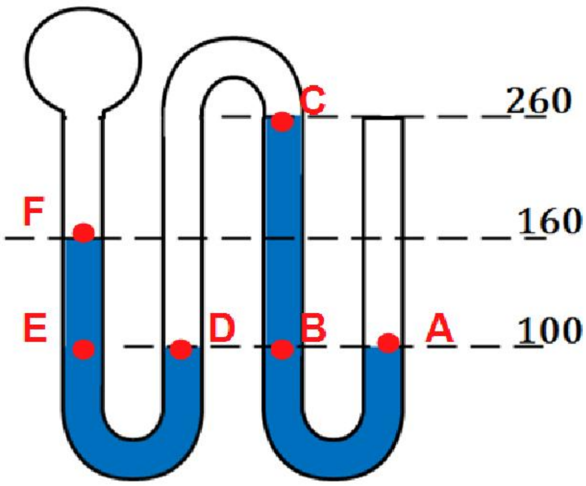
PROBLEMA 4: HIDROSTATICA

- El tubo de la figura está cerrado por el extremo de la ampolla y abierto en el otro, y tiene mercurio alojado en las dos asas inferiores. Los números indican las alturas en milímetros. Si la presión atmosférica es de 760 mmHg, ¿cuánto vale la presión en el interior de la ampolla?



SOLUCION

Si marcamos con letras los puntos más importantes del tubo podemos ir analizándolos uno a uno.



Punto A

La superficie de mercurio está en contacto con la atmosfera así que tiene la presión atmosférica:

$$P_A = 1\ atm = 760\ mm\ Hg$$

Punto B

Entre el punto A y B no hay diferencia de profundidad, ambos están al mismo al mismo nivel dentro un mismo líquido, entonces sus presiones son iguales:

$$P_B = 760\ mm\ Hg$$

Punto C

La presión en el punto C debe ser menor que la del punto B al estar a mayor altura. La diferencia de presión es proporcional a la diferencia de alturas, por lo que $\Delta P_{BC} = 160\ mm\ Hg$, y la presión en C es:

$$P_C = 760 - 160 = 600\ mm\ Hg$$

Punto D

Al no haber mercurio entre D y C, se puede despreciar la caída de presión, por lo que:

$$P_D = 600\ mm\ Hg$$

Punto E

Al estar a la misma altura que el punto D, está a la misma presión que este:

$$P_E = 600\ mm\ Hg$$

Punto F

Al estar 60 mm más arriba del punto E su presión es:

$$P_F = 600 - 60 = 540\ mm\ Hg$$

La presión del punto F es la misma que la de la ampolla así que:

$$\boldsymbol{P_{ampolla} = 540\ mm\ Hg}$$

PROBLEMA 5: CALORIMETRIA

- La rueda de una locomotora es $r_0 = 1m$ a la temperatura de 0 °C ¿Cuál es la diferencia entre el número de rotaciones de la rueda, a lo largo de un recorrido de L=1000 km en verano con una temperatura de $t_1 = 25$ °C y en invierno con una temperatura de $t_2 = -25$ °C ?
  El coeficiente de dilatación lineal es $\alpha = 2 * 10^{-5}\ K^{-1}$

  SOLUCION

  El número de rotaciones de la rueda se puede obtener dividiendo la longitud recorrida para el perímetro de la rueda:

$$N_{rotaciones} = \frac{L}{Perimetro_{Rueda}}$$

  Pero debido a la variación en la temperatura, la rueda varía su tamaño, en este caso, es su radio el que varía linealmente.

$$radio(t) = r_0(1 + \alpha t)$$

  El número de rotaciones a $t_1 = 25$ °C es:

$$N_1 = \frac{L}{2\pi r_{25}} = \frac{L}{2\pi r_0(1 + 25\alpha)} = 159075.4$$

  El número de rotaciones a $t_2 = -25$ °C es:

$$N_2 = \frac{L}{2\pi r_{-25}} = \frac{L}{2\pi r_0(1 - 25\alpha)} = 159234.6$$

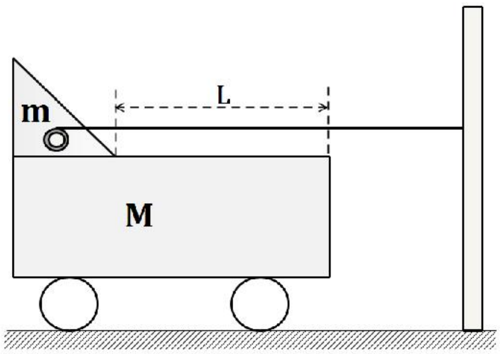
  La diferencia entre el número de rotaciones es $\boldsymbol{N_2 - N_1 = 159}$**.**

PROBLEMA 6: DINÁMICA

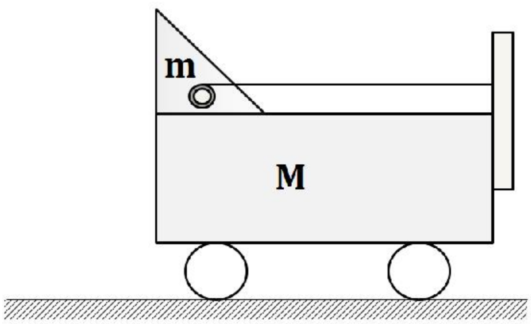
- Un trineo de masa $m = 0.1\ kg$ aparece sobre un tablero de masa $M = 1 kg$. El trineo está provisto de un motor que tira de una cuerda y de esta forma puede adquirir una velocidad de $v = 0{,}1\ m/s$. El coeficiente de fricción entre el tablero y el trineo vale $\mu = 0{,}02$ y no existe entre el tablero y el suelo. Sujetamos el tablero y hacemos partir el motor hasta que el trineo adquiera la velocidad de $0{,}1\ m/s$ y a continuación se sueltan el trineo y el tablero, siendo entonces la distancia $L = 0{,}5\ m$. La cuerda está sujeta a) en un poste distante; b) del extremo del tablero

  Determinar, para cada situación, si el trineo alcanzará el extremo del tablero.

CASO A



CASO B

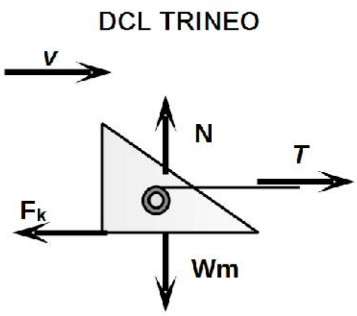


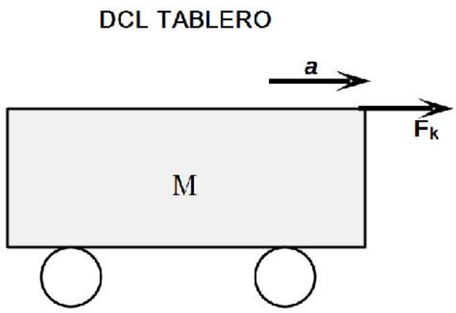
SOLUCION

En ambos casos el trineo de masa m está moviéndose con velocidad constante (MRU) por lo que $\Sigma F(trineo) = 0$.

CASO A

Los diagramas de cuerpo libre del trineo y del tablero se muestran abajo:





Del diagrama de cuerpo libre del trineo se deduce que:

$\Sigma F_y = 0$

$N = Wm = mg$

$\boldsymbol{F_k = \mu N = \mu m g}$

$\Sigma F_y = 0$

$\boldsymbol{T = F_k}$

Esta fricción es la misma que se aplica en sentido contrario al tablero (3ra ley de Newton), por lo que el tablero se acelera con un valor de:

$$\Sigma F(tablero) = Ma$$

$$F_k = Ma$$

$$a = \frac{\mu mg}{M} = 0{,}0196\ [m/s^2]$$

Esta aceleración es producida por la fuerza de fricción, la que a su vez es producida por el movimiento relativo entre el trineo y el tablero. Por lo tanto la velocidad máxima que alcanza el tablero es la del trineo.

$$v_{final\ tablero} = v_{trineo} = 0{,}1[m/s]$$

Cuando esto suceda, la velocidad relativa entre el trineo y el tablero será cero y ante un observador externo el trineo parecerá detenido. Esto sucederá en un tiempo de:

$$t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{0{,}1}{0{,}0196} = 5{,}1\ [s]$$

En este tiempo el trineo y el tablero se habrán movido respectivamente:

TRINEO: $\Delta x_{trineo} = v * t = (0{,}1)(5{,}1) = 0{,}51\ [m]$

TABLERO: $\Delta x_{tablero} = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(0{,}0196)(5{,}1)^2 = 0{,}255\ [m]$

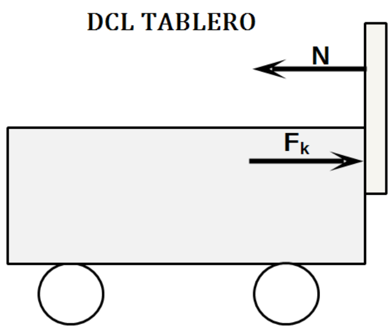
Entonces el movimiento relativo del trineo con respecto al tablero es de

$$\boldsymbol{\Delta x = 0,51 - 0,255 = 0,255\ [m]}$$

Pero para que el trineo llegue al extremo debería recorrer 0,5 [m], así que se concluye que el tablero no llega al extremo del tablero.

CASO B

En este caso el DCL del tablero es como sigue:



La fuerza normal es producida como una reacción a la tensión T por lo que es de igual magnitud a ella, y por lo tanto $\Sigma F = 0$, por lo que el tablero no se moverá.

El trineo si alcanzará el extremo del tablero y lo hace en un tiempo de

$$\boldsymbol{t = L/v = 0,5/0,1 = 5\ [s]}$$